te de primera necesidad; necesita que se introduzcan nuevas semillas para dar variedad a sus productos, i nuevas razas de animales para facilitar las labores; necesita de nuevos árboles, para quitar la monotonía del álamo i espino que cubren nuestros campos, especialmente los cercanos a la capital. Sobre todo necesita una proteccion mui decidida de parte del gobierno, para que siquiera modere los impuestos que gravan la propiedad rústica, preste auxilio a las fábricas de tejidos en que pueden emplearse nuestras lanas, i se dedique a la mejora de los caminos, objeto, como todos saben, de vital importancia para la agricultura.

La sociedad que con este nombre se formó el año de 1838, hizo, sin duda, algunos adelantos. De entónces acá se han introducido en Chile las abejas, la morera, el modo de sembrar el arroz, i otras cosas igualmente útiles. Empero estamos todavía en el principio de la obra, i necesitamos tiempo, i sobre todo grande constancia, para llevarla a cabo. Sin esta dote poco puede hacerse, i vemos por desgracia que los chilenos carecemos de ella, pues hemos desatendido, por no decir abandonado la cria del gusano de seda, que al principio nos hizo concebir tan lisonjeras esperanzas, i que en la República Arjentina está produciendo grandes bienes. En igual abandono se encuentra el cultivo del cáñamo, sin embargo de estar probado que el nuestro es superior por su duracion i fuerza, al de Rusia que es uno de los mejores que en el mundo se conocen........

Tiempo es ya que venzamos todos los obstáculos que pueden detener el adelanto de nuestra agricultura. El pais está llamado a grandes empresas. Que cada propietario, cada sábio se esmere en mejorarla, i la Providencia bienhechora coronará, sin duda, tan laudables i patrioticos esfuerzos.

DISCUSION de los métodos actualmente usados en la enseñanza de la Aritmética Jeneral por DON CARLOS MOESTA.

Estudiando con atencion la historia de las matemáticas, descubrimos que, sus progresos esenciales han sido siempre promovidos i efectuados por la necesidad de indagar las relacionss que tienen entre sí las magnitudes, sea cual fuere el orijen de esta necesidad, ya científica, ya de alguna aplicacion práctica. En los diversos ramos de las matemáticas i sus aplicaciones, se trata de diversas especies de magnitudes que se distinguen entre si por ciertas calidades; así tratamos en la mecánica del tiempo, de la fuerza, en la física, del calórico, etc. Para poder comparar entre sí las magnitudes, es necesario tener una nocion de lo que es el número, i hacer ciertas combinaciones de los números, segun reglas fijas. El ramo de las matemáticas que enseña las leyes para estas combinaciones de los números, sea cual fuere su especie, se llama el *cálculo*, i es el mas esencial e importante, puesto que el hombre necesita siempre redusir la calidad de las magnitudes a la cantidad, paara hacer posible la comparacion de ellas, i para deducir de ésta una idea concisa de las magnitudes propuestas. En la jeometría i mecánica no vemos otra cosa mas que la esposicion gráfica de ciertas relaciones entre cantidades; en la física procuramos representar, siempre que se puede, las diferencias calitádivas, por relaciones puramente cantitádivas. Las grandes leyes de la naturaleza no son otra cosa mas que la espresion de ciertas ecuasiones, cuya sencillez admiramos.

El carácter propio de la ciencia del cálculo no consiste en que en el cálculo no se supone sino la idea del número, i que esta ciencia se desarrolla i se perfecciona hasta el último grado posible, solo por la jeneralizacion de dicha idea.—Podemos distinguir tres grados principales del cálculo: en el primero se supone el número invariable, en el segundo variable, i en el tercero se trata de la variabilidad de la funcion del número. La historia de las matemáticas hace ver que la época se ha perfeccionado el cálculo superior, comparativamente a los otros ramos de las matemáticas, ha sido mui corta, i que bastaron para esto solo unos pocos sábios para elevarlo al grado de la altura en que está todavia. De ese modo el progreso de la ciencia llegó a ser catacionario, i es de observar que de aquí en adelante no tenemos que esperar un progreso esencial de la ciencia, a pesar del gran ensanche que puedan tomar ciertas partes del cálculo, puesto que en el cálculo de las variaciones el número ha llegado a la idea mas jeneralizada de que sea susceptible.—Más el camino que el inventor de una ciencia sigue no es siempre el mas sistemático, pues, para conseguir su objeto, hace a veces un salto que no es compatible con el sistema de la ciencia, i mucho menos recomendable para la enseñanza.

Partiendo de este principio, se ha empezado en el continente, hace como veinte años, a examinar i perfeccionar los métodos, i la ciencia ha entrado en una nueva época, que podemos llamar la época de la crítica. Lo que mas que todo contribuyó a fijar la atencion en el método, fueron las series infinitas que nos dá el cálculo al desarrollar una funcion, Se observaba que estas series daban en ciertos casos de aplicacion, resultados o indeterminados o verdaderamente falsos, es decir, el valor de la serie era distinto de la funcion, i se trataba de buscar la causa de este fenómeno. Se vió que la validez de ciertas series no era jeneral sino dependiente de ciertas propiedades de la funcion.—Igualmente presentaba la Aritmética cuestiones que dejaban incertidumbre en la significacion de ciertos resultados, o hacian dudar si las leyes de operacion que enseña tenian una validez jeneral o no, Por ese motivo en los últimos tiempos muchos, se han ocupado particularmente en Alemania, en someter las diversas partes de la Aritmética a un exámen prolijo. Tal empresa es de mucha utilidad, porque en primer lugar impide que se cometan errores en la práctica; en seguudo lugar satisface la necesidad de la ciencia sistematizándola, i en tercer lugar presta un servicio mui importante a la enseñanza, dándele un método seguro i digno del objeto que se propone. No puede haber duda alguna, de que particularmente en la instruccion científica el objeto del estudio de las matemáticas no es de aglomerar conocimientos cuanto mas números posible, sino ejercitar el raciocinio del hombre por medio de esa ciencia. Por estos motivos me parece interesante i útil hacer ver los defectos que se observan en los tratados de la Aritmética, i proponer un método libre de dichos defectos.

Antes que se introdujese en el cálculo las letras como representantes de números, no habia mas que los signos árabes (las cifras), i por esa razon se decia que la Aritmética era la ciencia que enseña las reglas de operacion con las cifras. Mas tarde se llamaba el conjunto de las reglas de operacion hechas con letras *cálculo de letras*, i la aplicacion de estas reglas a la resolucion de las ecuaciones el *Aljebra*. Lo esencial de lo nuevo que ofrece la introduccion de las letras como representantes de los números és la diferencia, cuyo sustraendo es mayor que el minuendo, i que ha conducido a la idea de los números negativos. Todas las demas formas de números como las fracciones, los números irracionales, etc., son las mismas que ha de tratar la Aritmética, i el modo de deducir las respectivas leyes de operacion es enteramente el mismo en ambos casos. En la Aritmética se dice con toda razon que solo un número menor puede sustraerse del número mayor; si ahora se reconoce la conveniencia del cálculo con números negativos, entonces es de absoluta necesidad de que aquella parte del cálculo que los introduce por primera vez i que llaman Aljebra, haga ver la significacion precisa de estos números, i enseñe las leyes de operacion a las que ellos pueden i deben someterse. Mas de balde buscamos en los respectivos tratados este requisito de exactitud matemática, i para convencernos de esto no tenemos mas que leer con atencion cualquier testo de ellos. Debo observar desde luego que este defecto proviene las mas veces de la opinion errónea de que podemos calcular las magnitudes, miéntras que ya hemos dicho que el cálculo no se ocupa sino con los números abstractos. En otros tratados que parecen ser mas lójicos, el númerr negativo es la diferencia de dos números de la que el sustrayendo es mayor que el minuendo, i su modo de hacer cálculos con ellos se funda en las reglas que corresponden a las diferencias.

Veamos un ejemplo: el Aljebra enseña que

$$(a-b)\,(c-d)=ac-ad-bd+cd$$

I para deducir de esa verdad la de que el producto de dos números negativos es positivo suponen que en la ecuacion precedente $a=o$ i $c=o$, i entonces resulta espontáneamente:

$$-b\times-d=+b\,d$$

Pero si fijamos la atencion en la demostracion de aquella ecuacion veremos luego que de necesidad se supone $a>b$ i $c>d$ i el raciocinio, al deducir el resultado de la multiplicacion de las dos diferencias es esactamente el mismo que si tuviésemos que multipilcar las diferencias:

$$7-3 \text{ i } 9-5$$

I ental caso no se vé en lo mas mínimo la multiplicacion de dos números negativos.—Se comete por consiguiente un error evidente dando una demostracion por jeneral que no está fundada sino en casos especiales.

En fin, hai quienes creen que una diferencia cuyo sustrayendo es mayor que el minuendo, sea cosa absurda, pero por ser mui útil el cálculo con tales diferencias a números negativos, se pueda efectuar cálculo con ellos i ver el resultado que salga. En la conocida obra de Francœur (paj. 147) encontramos un paso que dice literalmente.

"Si los términos que nos proponemos dividir tuviesen ambos el signo negativo, el » cuociente tendrá el signo ($+$). Es preciso que consideremos esto como un simple » resultado del cálculo, sin que nos empeñemos en esplicar lo que puede significar la » division de los términos cuando no son ambos positivos." I en (páj. 170):

"Sin embargo de ser $a-b$ una cosa absurda, si $b>a$, para llenar el objeto que se » propone el Aljebra, convenimos en practicar con las cantidades negativas aisladas » los mismos cálculos que si estuviesen acompañados de otras magnitudes."

Tal opinion es diametralmente opuesta al verdadero espíritu i objeto que se propone el Aljebra. Es un error mui grande creer que se pueda calcular ciegamente sin examinar el contenido de la cuestion i aguardar el resultado que salga, puesto que todo cálculo consiste en efectuar operaciones, i la idea de operacion requiere conocer necesariamente el objeto que ha de someterse al cálculo. Este modo de enseñar el Aljebra no es mas que la imitacion de ciertos usos una vez introducidos obliga al estudiante a adoptarlos sin razon, a pesar de que en este ramo de las matemáticas el raciocinio vale mas que todo.

Todo cuanto acabo de decir relativamente al cálculo con números negativos, puedo estender a las cantidades imajinarias, i para tener una prueba léase en la citada obra de Francœur (páj. 202) el paso que dice:

"Sumar, multiplicar, etc., cantidades imajinarias, son operaciones cuya esplica» cion nos es imposible dar; sin embargo, convenimos en efectuar estos cálculos con » las imajinarias, como si estas fuesen verdaderas cantidades, etc."

Queda de este modo una gran parte del cálculo que está fundado en convenios en lugar de razones, i que carece todavia de luz.

A esta falta de precision i determinacion exacta que requiere la introduccion de espresiones negativas e imajinarias en el cálculo, i la completa incertidumbre de la definicion de las leyes de operacion relativas a ellas, se deben naturalmente la arbitrariedad, inseguridad i hasta los errores reales que reparamos en la aplicacion del Aljebra a otros ramos de las matemáticas. Es una opinion errónea creer que en la aplicacion del cálculo todo resultado ha de tener necsariamente un sentido, o con otras palabras, que todo resultado del cálculo es una resolucion del problema propuesto. Si buscamos el motivo de esa asersion, hallaremos siempre que ella viene de que se supone poder calcular las magnitudes i no los números abstractos. Mas en la aplicacion del cálculo, p. e., a la jeometría, mecânica, etc., tenemos que pasar siempre por las operaciones siguientes: 1, buscamos la dependencia en que está una magnitud de otra, lo cual conseguimos por el conocimiento de las propiedades fundamentales de las magnitudes (Teoremas de la jeometría, mecánica, etc.); 2, traducimos segun está el problema propuesto en una ecuacion, i 3, resolvemos esa ecuacion, en la cual no puede haber sino números abstractos, e indagamos si el número que nos dá el cálculo por resultado, considerado como el número de medida, es aplicable a la magnitud propuesta o no. Preguntando, p. e., en un problema, por el número de cuadras cuadradas que contiene una area, ¿un resultado negativo tendria un sentido? mui a menudo ocurrre en la aplicacion del Aljebra a la jeometría i mecánica, que el resultado del cálculo se presenta bajo la forma negativa i se acostumbra entonces, si la magnitud de que se trata es una línea, a referir el signo (—) a la direccion de la línea; es decir, se toma la línea buscada en la direccion opuesta a la que corresponde al signo (+); de modo que es costumbre hablar de líneas positivas i negativas, asi como en la mecánica dei modo análogo se habla de fuerzas positivas i negativas. No pertenece al objeto de esa memoria hacer ver la razon por qué se puede considerar los signos de operacion (+) i (—) propios del cálculo como signos de distincion de la direccion i reciprocamente porque se puede espresar la diferencia en la direccion por los signos de operacion (+) i (—); solo voi a observar a esta ocasion que hai casos excepcionales en la mencionada regla, i que se debe proceder en tales casos con precaucion para evitar errores. Para tener una prueba convincente de lo dicho, resuélvase el problema siguiente:

Dado un círculo, cuyo radio es igual r i un punto P fuera del círculo cuya distancia al centro es$=a$; pídese tirar por este punto una línea cuyo punto que cabe en el círculo sea$=b$.

La propiedad del círculo nos conduce a la ecuacion:

$$X\,(X+b)=(r-a)\,(a-r)$$

designándose por X el número de medida que espresa la porcion de la línea buscada desde P hasta le circunferencia.

El cálculo nos da por la resolucion de esa ecuacion los dos valores:

$$X = -\frac{b}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - (a^2 - r^2)}$$

De los que el uno es siempre positivo i el otro negativo. En el caso mas sencillo, en que $b = 2r$, obtendriamos:

$$X = (a - r)$$
$$X = -(a + r)$$

$a - r$ i $a + r$ espresan como se vé luego las distancias del punto P a los dos puntos de interccion de la circunferencia del circulo, mas estas no se hailan colocadas en direcciones contrarias, aunque la una tiene el signo (—), la otra el signo (—).

Sacamos de esto la conclusion de que los signos (+) i (—), que nos dá el cálculo tratándose de lineas, no se refieren *siempre* a direcciones opuestas.

En fin, queda segun este método incierto si las leyes de la Aritmética son jenerales, miéntras sabemos que efectivamente no lo son,

Todos estos defectos e imperfecciones de este ramo del cálculo se evitan por el método primero introducido por Ohm i perfeccionado i adaptado despues por otros jeómetras a la enseñanza de la Aritmética, i del cual voi a esponer los principios fundamentales.

Antes de entrar en esa esposicion juzgo oportuno observar que en la Aritmética no entra de ningun modo la idea de la magnitud sino el número abstracto, i a este solo se refieren las teorías de esa ciencia. Se sabe tambien que hai varias especies de números abstractos, como son los enteros, quebrados, etc.; pero de todas estas los que en la Aritmética sirven de punto de partida son los enteros que se llaman tambien *números naturales*, para distinguirlos de los demas llamados *números artificiales* que se orijinan de aquellos de un modo artificial (por operaciones aritméticas) i para indicar el modo tan natural i sencillo como llegamos a la idea de ellos. Siempre que tratamos de contar objetos esteriores resulta el número natural i nunca puede ser el resultado de tal operacion un número artificial como p. e. una fraccion, pues si consideramos v. g. la espresion: 3 2/5 varas veremos luego que tal espresion es el resultado de dos operaciones distintas; en la primera es la unidad: *una vara* miéntras en la segunda es la unidad: (1/5 varas). La unidad no tiene por consiguiente la propiedad de ser divisible i solo la consideracion anticipada del papel que hacen los números al determinar la estension de una magnitud ha conducido a la definicion defectuosa de estos números que encontramos comunmente en los tratados.

El objeto de la *Aritmética Jeneral* (en su acepcion actualmente usada i jeneralmente adoptada en Alemania), es de combinar los números naturales segun ciertos modos e indagar las relaciones que tienen entre si estas combinaciones. La primera i mas sencilla de las combinaciones de dos i mas números es la adicion; si los números que han de agregarse son iguales entonces se llama la operacion la *multiplicacion*, i si finalmente los elementos (factores) de esta son iguales, entonces tenemos la *elevacion a potencias*. Asi no hai mas que tres modos distintos pára formar sintéticamente de dos números un número nuevo, i para representar estas tres operaciones sirven los signos

$$a + b\ ,\ a\,b\ ,\ a^b$$

Ahora podemos proceder analiticamente suponiendo conocido el valor del número que ha resultado de la combinacion de dos números i el valor del primero o del segundo de estos últimos, para determinar el segundo o el primero. Mas se sabe que en las primeras dos operaciones los dos casos se confunden, i que solo en la tercera operacion se confunden las dos operaciones distintas, de modo que quedan cuatro operaciones distintas, indicadas por los signos

$$a-b,\ a:b,\ \sqrt[b]{a},\ \overset{b}{\log} a$$

Existen por consiguiente siete operaciones distintas que podemos efectuar con dos números i la relacion referida en que están las cuatro últimas a las tres primeras, ha dado lugar para llamar estas *operaciones directas*, miéntras aquellas son *operaciones indirectas*.

Podemos ahora espresar el objeto de la Aritmética, diciendo que esa ciencia enseña combinar dos números segun el modo que indican estos siete signos i hace conocer las relaciones que tienen entre si, p. e., entre el producto i la suma hai la relacion siguiente·

$$(a+b)c = ac+bc$$

Entiéndese que lo que llamo Aritmética Jeneral es otra cosa que lo que se llama comunmente *Aritmética*, i ántes de pasar mas adelante será oportuno esponer la relacion que ellos tiene la Aritmética Jeneral con los ramos subordinados, i la que existe entre estos últimos, Los ramos subordinados son:

1, la *Aritméteca especial* a la que pertenece el *cáleulo de letras* i el *cálculo de cifras*.

2, el *Aljebra*.

En todos los casos de aplicacion del cálculo tenemos que deducir de la ecuacion que nos dá un problema, otra ecuacion que nos conduce a cierto objeto que nos proponemos. Esa deduccion, objeto del cálculo, se efectúa segun las leyes que ha de enseñar la Aritmética Jeneral, i es las mas veces una lijera aplicacion de ellas. El número de estas leyes se deja reducir a las trece fórmulas siguientes:

1, $a+b=b+a$	4, $ab=ba$	8, $(a^b)^c=(a^c)^b$
2, $(a+b)=(a+c)=b$	5, $(ab)c=(ac)b$	9, $(\sqrt[b]{a})^b=a$
3, $(a-b)+b=a$	6, $(a:b).b=a$	10, $b^{\overset{b}{\log} a}=a$
	7, $(a+b)c=ac+bc$	11, $a^{b+c}=a^b a^c$
		12, $a^{bc}=(a^b)^c$
		13, $(ab)^c=a^c b^c$

En la deduccion de una ecuacion de la otra, pueden ocurrir dos casos distintos; a saber: si deducimos de la ecuacion $A=B$ la siguiente $C=D$, entónces puede suceder:

1, que A i C, como B i D, se distinguen solo por la forma, o bien

2, por el valor.

En el primer caso se necesitan formas idénticas, que son las mismas que nos suministra la Aritmética Jeneral en las trece fórmulas arriba citadas.—El objeto de la Aritmética especial es al contrario dar a la ecuacion $A=B$ en conformidad con las trece fórmulas citadas, una forma particular i determinada, p. e., a la Aritmética especial pertenece la transformacion del cuociente:

$$\frac{X^2 + a}{X + a}$$

en la suma:

$$X^2 + a X + a^2 + \frac{a(1-a^2)}{a + X} \text{ ; etc.}$$

Si ademas los números estan representados por cifras se pide dar a las combinaciones de los números la forma decenal o lo que es la misma cosa la forma de una suma cuyos términos tienen 10 por factor elevado a diversas potencias; p. e. la suma $2^3 + 6^4$ puede trasformarse en la Aritmetica especial en muchas otras formas:

$$2^3 + (2.3)^4 = 2^3 + 2^4\, 3^4 = 2^3\,(1 + 2.\, 3^4) \text{ etc.}$$

Pero en el cálculo de cifras no se pide sino la única forma: 1304 la cual es la abreviacion de

$$1.\, 10^3 + 3.\, 10^2 + 0.\, 10^1 + 4.\, 10^0.$$

El objeto de este último modo de operar es dar a las varias combinaciones de los números una forma comun, para hacer su comparacion la mas fácil posible. He aqui la analojia que existe entre la Aritmetica i el cálculo superior, puesto que en este último se nos enseña un método mui jeneral (los teorémas de Taylor i Maclaurin) para trasformar las mas variadas combinaciones de los números en una suma, cuyos términos tienen un número cualquiera por factor elevado a diversas potencias.

En el segundo caso en que A i C no tieneen el mismo valor se emplean las mismas 13 fórmulas con la seguridad de que efectuadas las mismas operacíones con dos cantidades iguales, resultan otras dos cantidades iguales. Se intenta aquí siempre dar a la ecuacion una forma determinada en la cual se espresa la resolucion del problema propuesto i las respectivas reglas i modos para conseguir esto, forman el objeto del *Aljebra*.

Volvamos a nuestro asunto i al método propuesto. Este método he dicho no supone sino la idea del número natural i considera todas las demas especies de números como resultados de operaciones efectuadas sobre los números naturales. Esta absoluta necesidad de no admitir sino los números naturales proviene de que en la aplicacion del cálculo se presentan casos en que ciertas especies de números como p. e. las fracciones ya no tienen sentido alguno, lo cual depende de la naturaleza de la magnitud considerada. Si quedase alguna duda acerca de lo dicho citarémos las espresiones imajinarias, puesto que no hai magnitud alguna en la naturaleza que sean imajinarias i por consiguiente al fin del cálculo hemos de considerar estos números solo *como unos resultados del cálculo*. Por este motivo tiene este método la ventaja indisputable de la sencillez i perfeccion i ademas verémos en el curso de esto que no puede haber otro método distinto de este si pretende tratar las diversas especies de números cientificamente.

Hallamos en las tres operaciones directas:

$$a + d \text{ , } a\, b \text{ , } a^b$$

Siempre un número natural, pero en pocos casos lo hallamos en las operaciones indirectas:

$$a - b \text{ ; } a : b \text{ ; } \sqrt[b]{a} \text{ ; } \log^b a$$

p. e. la division 17: 4 no dá un número natural porque en la série de estos ns hai número que multiplicado por 4 dé 17 etc.

Mas si representamos los números por letras no podemos saber desde luego si el signo (a : b) es igual a un número natural o no i como tales signos pudieran en el curso del cálculo entrar de nuevo como elementos de las operaciones directas que harémos con ellos! puesto que las definiciones de estas operaciones no se refieren sino a números naturales.—Para remover esta dificultad no hai mas que dos modos de proceder:

1, introducir una nocion mas jeneral del número o bien

2. hacer menos limitada la defidicion de la operacion, tomando solo los números naturales por punto de partida.

El primer modo no es practicable por razon de que hasta ahora no ha sido posible dar una definicion del número tan jeneral que abrace al mismo tiempo las espresiones imajinarias i de que ademas la ejecucion queda defectuosa como lo hace ver lo arriba espuesto.

El segundo modo iiene mejor éxito i forma lo esencial del método que voi a esponer.

Obsérvese que miéntras los números estan representados por letras toda operacion no puede efectuarse sino solo indicarse el jénero i curso de la operacion respectiva p. e. la espresion (a+b) nos indica que al número a tenemos que agregar b i por consiguiente la adicion de los dos números no es mas que la accion de juntar los dos números por el signo (+) asi como la sustraccion de dos números consiste en poner el signo (—) entre ellos. La *forma sola* (a+b) es una *suma* i bien distinta de lo que se llama suma en el cálculo de las cifras. En caso que a i b son números naturales tendrá esta suma un valor p. e. la suma de 7 i 9 es 7+9 i su valor: 16; en el caso contrario como número no tiene valor alguno.

El objeto principal i final de la Aritmética jeneral es ahora indagar si se puede cometer un error, calculando las sumas, diferencias etc de los números, que no son números naturales, valiéndose de las mismas reglas que sirven para los números naturales, e como estas reglas pueden reducirse a las 13 fórmulas (ecuaciones fundamentales) se trata de saber si ellas dan resultados exactos aun cuando a i b no son números naturales p. e. si en lugar de $\frac{a}{b}$.b. puede ponerse todavia a aun cuando a i b o uno de ellos son fracciones, números irracionales o espresiones imajinarias etc.

Para ejecutar esto con la mayor jeneralidad se debe indagar si la validez de estas ecuaciones fundamentales es independiente de a i b. sea cual fuera la cosa que presentan estas letras. Mas si dejamos de representar a i b cosa cantidativa entónces pierden los signos (+), (—), V. etc. su significacion de signos de operacion i no queda mas que la mera forma. La espresion (a + b) tendrá entonces la forma de una suma, sin ser tal en realidad, porque si a i b puedan representar cosa cualquiera o si hacemos abstraccion del elemento cantitativo, el signo (+) no recuerda mas la idea de efectuar una operacion sino es solo signo de distincion de otras formas, como p. e. de : a—b ; Va etc.

Distinguimos asi dos jéneros de sumas, diferencias etc. de los que el primero comprende las *sumas de números, diferencias de numeros* etc. i el segundo las *sumas de signos, diferencias de signos etc.*

Una *suma de signos, diferencias de signos* se caracteriza pues solo por la forma i por ciertas propiedades que se llaman *propiedades analíticas.* Asi es la propiedad analítica de la suma (a + b) la de poderse cambiar con la forma (b + a), lo que se escribe:

$a \dotplus b \quad b \dotplus a$, etc

Talvez se considerará tal inovacion i tan alto grado de abstraccion por atrevida, en particular para la enseñanza, mas es fácil hacer ver que cada uno que ha estudiado Aritmetica i practicado cálculos sin haber escluido espresiones imajinarias no ha hecho en verdad otra cosa mas que calcular con meras formas sin haber pensado en esto desgraciadamente; pues las espresiones imajinarias no tienen valor de número, ni tienen algun sentido en la aplicacion, son por esa razon nada mas que meras formas que estan caracterizadas por propiedades analiticas. Ademas de esto no es la introduccion de estas formas en la Aritmética cosa nueva del todo, pues hallamos ya en le tercera leccion de la obra de Lagrange. Lecciones sobre el cálculo de las funciones aludido a la conveniencia de definir la potencia como una forma caracterizada por propiedades analíticas. Mas tarde ha tratado Ohm con la mayor prolijidad i metódicamente este modo de definicion i la mejor prueba de la conveniencia i utilidad de este proceder nos dan los brillantes resultados que ha obtenido la enseñanza segun este método.

En cuanto a la ejecucion de ese método en particular observaré que entre las formas tan jenerales no puede haber relaciones naturales; al contrario estas han de esblecerse de un modo artificial. declarando ciertas de estas formas idénticas, por lo cual se espresa su propiedad analítica. Propiamente dicho queda arbitrario, cuales son de estas formas las que se declaran idénticas, mas se tiene con esto en vista de que estas formas den al mismo tiempo las leyes del cálculo para números en caso que pongamos en lugar p. e. de una suma de signos una suma de números. Por medio de unos pocos axiómas se puede despues deducir de las formas declaradas idénticas i que forman ecuaciones, otras que son otras tantas reglas del cálculo. Solo la que hai de mui importante e indispensable, al tomar las propiedades analíticas por punto de partida es indagar si ellas son compatibles entre sí, o con otras palabras si la existencia simultánea de estas ecuaciones no puede orijinar una contradiccion i en caso que sí, se ha de determinar la condicion con que deben cumplir los elementos para que tal contradiccion tenga lugar. Para poder reconocer esto sirven los axiómas mencionados. Como podemos imajinarnos cualquiera forma de números como el resultado de una o mas operaciones efectuadas sobre números naturales tendremos en aquella condicion las formas de número para las que las reglas de cálculo pierden su validez o con otras palabras tenemos con estas los casos de escepcion de las leyes de la Aritmética.

Pára mayor intelijencia del asunto voi a indicar la marcha que se debe seguir en la adicion i sustraccion.

Como ecuaciones fundamentales se declaran las siguientes:

1. $a \dotplus b \quad b \dotplus a.$
2. $(a \dotplus b) \dotplus c = (a \dotplus c) \dotplus b$
3. $(a—b) \dotplus b \quad a.$

Pero bien entendido que estas son formas de signos, en las que segun lo espuesto a i b son signos jenerales i los signos ($\dotplus$) i (—) no indican operaciones. Como principios o axiómas que sirven para ver si estas ecuaciones son compatibles entre sí i para deducir otras ponemos dos, a saber:

1. si $c \dotplus b = a$ i $c \dotplus b \quad d$, entonces puede cambiarse a con d.
2. si $c \dotplus b = a$ i $g \dotplus b \quad d$, entonces son c i g signos de valor distinto (lo que quiere decir que no pueden cambiarse) si lo son a i d.

Por una discusion de esas ecuaciones resulta ahora, que nunca puede haber una contradiccion entre ellas con tal que solo los principios sean exactos (lo cual está fuera de duda alguna) i como una consecuencia necesaria se deducen entonces las siguientes:

$$
\begin{array}{ll}
1. & (a+b)+c=(a+c)+b=a+(b+c) \\
2. & (a-b)+c=(a+c)-b=a-(b-c) \\
3. & (a+b)-c=(a-c)+b=a+(b-c) \\
4. & (a-b)-c=(a-c)-b=a-(b+c) \\
5. & a+o=o+a=a;\ a-o=a \\
6. & \left\{ \begin{array}{l} a+c=a+(+c)=a-(-c) \\ a-c=a+(-c)=a-(+c) \end{array} \right\}
\end{array}
$$

Ahora nada mas fácil que hacer ver que las tres ecuaciones fundamentales quedan exactas si a, b i c representan númaros naturales i los signos (+) i (—) signos de operacion, o con otras palabras si ponemos sumas i diferencias de los números en lugar de sumas i diferencias de los signos i por consiguiente deben ser válidas tambien las 6 ecuaciones deducidas.

Se sabe que la diferencia a—b tiene un valor numérico solo cuando b $<$ a i que en caso contrario la sustraccion es inejecutable p. e. poniendo 7 i 9 por a i b será la diferencia 7—9 sin valor; mas segun lo espuesto estamos seguros de no cometer un error poniendo (7—9)—11 en lugar de (7—11)—9, o de 7—(9+11), porque la ecuacion (4) es una consecuencia necesaria de las tres ecuaciones fundamentales cuya validez está fundada.

Como una abreviacion de (7—9) se pone el signo (—2) i lo llaman *número negativo* a pesar de que sabemos con toda seguridad de que no es un número sino solo un *signo de número* que tiene la propiedad analítica de

$$-2+2=0$$

Esto basta para la Aritmética porque para ella es indiferente si el resultado es un número natural o solo un signo sin valor de número; si tal resultado tiene un sentido en la aplicacion es otra cuestion que se decide siempre por la naturaleza de la magnitud considerada. El resultado (—2) tendrá un sentido si la magnitud propuesta tiene la propiedad de que agregadas dos de sus unidades a otra cosa dé por resultodo 0. Si esto no tiene lugar entonces (—2)no resuelve el problema i debe haber necesariamente una contradiccion en el enunciado del problema porque el resultado es una cosa lójicamente deducida de lo que el problema pide, apesar de que (—2) satisface siempre la ecuacion correspondiente aritméticamente etc.

La espresion $\sqrt{-4}$ será una mera forma de númeio, caracterizada por cierta propiedad analítica, peio sin embargo de que no podemos efectuar la operacion correspondiente ni hallar una mahnitud a la que referida como número de medida tenga un sentido, apesar de todo esto tenemos segun este método la certeza de no cometer un error poniendo p. e. en lugar de $(\sqrt{-4})^4$ el número natural 4. Asi, con cada seguridad nos conduce éste método de lo imajinario a la realidad i atendiendo a la suma facilidad que ofrece el cálculo de espresiones imajinarias particularmente cuando se les dá la forma conncida, introducida primero por Cauchy, bastante motivo tenemos para apreciar todo método que dá esta seguridad.

Del modo análogo se tratan las demas operaciones de la Aritmética por lo cual se orijinan las demas especies de los números conocidos i las escepciones de que sufren las leyes del cálculo de la Aritmética.

Finalmente voi a señalar las ventajas que lleva este método a todos los demas. Estas son:

1, desarrolla las leyes de la Aritmética de un golpe sin tener necesidad de hacer tal cosa para cada especie aparte i que dá las escepciones de ellas para precaver errores en la práctica,

2, hace conocer la verdadera naturaleza de los números artificiales i el papel que hacen en la aplicacion del cálculo a otros ramos.

3, hace ver la armonia i perfeccion de que es susceptible esa ciencia, la cual a su vez le dá la fuerza poderosa que ejerce, puesto que no solo dá a conocer por la forma del número en que se espresa la resolucion de un problema su posibilidad o imposibilidad sino que tamqien señala en ciertos casos las modificaciones que han de hacerse en la forma del problema para que tenga una resolucion i hasta las formas indeterminadas tienen el destino de señalar la imposibilidad de la resolucion de un problema puramente analítico.

SOBRE la araña venenosa de Chile, por DON JUAN MIQUEL.

Muchos i distinguidos historiadores han asegurado que entre los infinitos bienes con que el Omnipotente quiso distinguir a Chile, uno fué, permitir no se criasen ni reprodujesen en su suelo animales venenosos; i hasta cierto punto han dicho la verdad, pues vemos que varios reptiles e insectos que en otras rejiones son ponzoñosos, aquí son inofensivos, i sus mordeduras cuando llegan a verificarse no tienen ningun mal resultado. No obstante, en cierta época del año, con especialidad en las canículas i cuando estas son fuertes sin que la atmósfera la modifiquen vientos frescos, se hacen mas o ménos frecuentes los casos de picadura de la araña venenosa.

Es por lo comun desde diciembre hasta fines de Marzo cuando se presentan enfermos picados por una arañita que se alverga en particular entre las plantas cereales, la que picando a los individuos que la molestan en sus nidos, inoculan su veneno. Los carácteres distintivos i jenéricos de esta clase de araña, son los siguientes:

Como todas las de su clase, pertenece a la familia de los araneidos, tribu de los tubitileos: su jénero el de los arachnideos (del órden de los pulmonarios). Las mandíbulas las tiene ensanchadas por la parte esterior cerca de su base: seis ojos, de los cuales cuatro estan delante formando una línea trasversal: el número de patas son seis tambien, de las cuales el primero i segundo par son las mas largas, i el tercero el mas corto.

La magnitud total de dicho insecto no llega a media pulgada: es de un negro mas o ménos intenso, pero siempre en ellas se nota en toda la estension del dorso, líneas rojas colocadas simétricamente de este modo: la mas larga i recta que ocupa el medio, está un poco interrumpida hácia su tercio superior: encima de esta i como bordando la cinturita que separa la cabeza del animal del abdómen, hai otra en forma de un semi-círculo: a los lados de la recta, se presentan otras dos parabólicas, que corren oblicuamente desde el tercio superior de la recta, inclinándose lateral e